

DOI: 10.12731/2227-930X-2021-11-2-7-20**УДК 519.872.6**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ЛОГИСТИКИ С ПЕРЕМЕННЫМ ТАРИФОМ

Агапова Е.Г., Попова Т.М.

Логистика как наука и как сфера практических знаний вызывает в последнее время все более возрастающий интерес, так как ее деятельность многогранна. Логистика включает управление транспортом, складским хозяйством, запасами, кадрами, организацию информационных систем, коммерческую деятельность и многое другое. При этом наблюдается новизна подхода в логистике – органичная взаимосвязь, интеграция вышеперечисленных областей в единое управление материальными потоками. Транспортная логистика относится к основным разделам логистики движения ресурсов. Транспортная логистика позволяет на научной основе решать множество разнообразных задач различной сложности и масштабов.

В статье рассматривается математическая модель логистической задачи с переменными тарифами перевозок. Приведены численные решения математической модели симметричным алгоритмом, на основе усреднения переменных тарифов. Рассмотрены способы снижения затрат на перевозки.

Автоматизация информационных потоков, сопровождающих грузовые потоки, это один из наиболее существенных технических компонентов логистики. Использование методов логистики открывает новые резервы создания конкурентного преимущества той или иной фирмы на основе максимального удовлетворения запросов клиентов.

***Цель** – нахождение минимального пути методом симметричного алгоритма; исследовать эффективность расположения склада.*

Метод или методология проведения работы: в статье использовались методы решения транспортной задачи, элементы теории графов, элементы теории нечетких множеств.

Результаты: проведено исследование на эффективность расположения склада, методом симметричного алгоритма был найден минимальный путь; оценена стоимость вводимых мер.

Область применения результатов: полученные результаты целесообразно применять при управлении транспортными перевозками, управлении потоками ресурсов (склады).

Ключевые слова: транспортная логистика; логистика; транспортная задача; граф; взвешенный граф; симметричный алгоритм; кратчайший путь; маршрут; нечеткие множества

MATHEMATICAL MODEL OF A LOGISTICS PROBLEM WITH A VARIABLE RATE

Agarova E.G., Popova T.M.

Logistics as a science and as an area of practical knowledge has recently aroused increasing interest, since its activities are multifaceted. Logistics includes the management of transport, warehousing, inventory, human resources, the organization of information systems, commercial activities and much more. At the same time, there is a novelty of the approach in logistics - the organic interconnection, the integration of the above areas into a single management of material flows. Transport logistics refers to the main sections of the logistics of the movement of resources. Transport logistics allows you to solve many different problems of varying complexity and scale on a scientific basis.

The article deals with a mathematical model of a logistics problem with variable transportation tariffs. Numerical solutions of the mathematical model by a symmetric algorithm, based on the averaging of variable tariffs, are given. The ways of transportation cost reduction are considered.

Automation of information flows accompanying cargo flows is one of the most essential technical components of logistics. The use of methods of logistics opens up new reserves for creation of competitive advantage of this or that firm on the basis of maximum satisfaction of clients' demands.

Purpose. *Finding the minimum path by the symmetric algorithm method; investigate the efficiency of the warehouse location.*

Methodology *in article use methods of solving the transportation problem, elements of graph theory, elements of the theory of fuzzy sets.*

Results. *A study was conducted on the efficiency of the location of the warehouse, the method of symmetric algorithm was found the minimum path; estimated the cost of the input measures.*

Practical implications *it is expedient to apply the received results in transportation management, resource flow management (warehouses).*

Keywords: *transport logistics; logistics; transport problem; graph; weighted graph; symmetric algorithm; shortest path; route; fuzzy sets*

Логистика – процесс планирования, выполнения и контроля эффективного с точки зрения снижения затрат потока сырья, материалов, незавершенного производства, готовой продукции, сервиса и связанной информации от точки зарождения до точки потребления (включая импорт, экспорт, внутренние и внешние перемещения) для целей полного удовлетворения требований потребителей [12]. Основная цель логистики – обеспечить наличие необходимого продукта в необходимом количестве, в необходимом состоянии, в необходимом месте, в необходимое время и по подходящей потребителю цене с минимальными для предприятия издержками.

Транспортная логистика – это направление деятельности, связанное с планированием, организацией и реализацией наиболее оптимальных схем поставок грузов разного вида потребителю от производителя, а также между партнерами [7]. Одна из задач транспортной логистики предприятия – выбор складов, в которых будет временно размещен груз по маршруту его следования. Руководство предприятия должно стремиться минимизировать его

затраты на перевозку, поэтому определение вида транспортного средства имеет такое же значение для логистики, как и определение типа транспортного средства. Создание оптимальных маршрутов транспортировки грузов должно реализоваться логистами предприятия на основании решений вышеперечисленных задач. Оптимизация предполагает выполнение следующих условий: цена, скорость и безопасность [13].

Для достижения цели минимизации издержек предприятия, как транспортных расходов, так и расходов по хранению продукции, эффективнее построить математические модели производственного процесса. В логистике широко применяются два вида математического моделирования: аналитическое, то есть построение математических формализмов на основе формулировки математических законов (в виде функциональных соотношений), связывающих объекты системы, и имитационное, позволяющий получить возможные количественные параметры путем варьирования входящих данных, при этом сам процесс перевозок не моделируется.

Имитационное моделирование функционирования участка транспортной сети рассмотрено авторами в работах [1, 2].

Задача о построении минимального маршрута по плану перевозок, на основе статистических данных и совершенствование логистической деятельности предприятия ООО «Орион ДВ» рассмотрена в работе [3].

Достаточно часто для оптимизации расходов на перевозки необходимо варьировать тарифы, учитывая все расходы, связанные с перевозками. Таким образом, для изменения тарифов мы можем рассматривать транспортную задачу с нечеткими тарифами, усреднив их, если исходная информация содержит элементы неопределенности, параметры которых являются случайными величинами с известными законами распределения, объединены в класс задач стохастического программирования [10, 15]. На практике достаточно часто возникают ситуации, когда в результате недостаточного объема выборки исходных данных получение эмпирической плотности распределения случайных параметров задачи не пред-

ставляется возможным, тогда рассматривается описание параметров задачи в терминах нечетких множеств [4-6, 8-9, 11-14, 16-20].

Рассмотрим постановку задачи перевозок в сетевой форме. Обычно она представима в виде взвешенного графа (рис 1). Здесь вершина графа определяет количество доставок груза в единицу времени в соответствующий пункт (день, неделя, месяц и т.п.), а ребро – затраты на перевозку которые могут варьироваться, представляют собой нечеткие множества. Общие затраты на перевозку определяются функцией

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \bar{C}_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

где $\bar{C}_{ij} \geq 0$ – нечеткие множества, определяющие затраты на доставку груза из пункта (i) в пункт (j), x_{ij} – расстояние между соответствующими пунктами. В качестве Fuzzy-множеств можно рассматривать компактные множества с функциями принадлежности самого общего вида $0 \leq \mu_{\bar{C}}(\bar{C}_{ij}) \leq 1$.

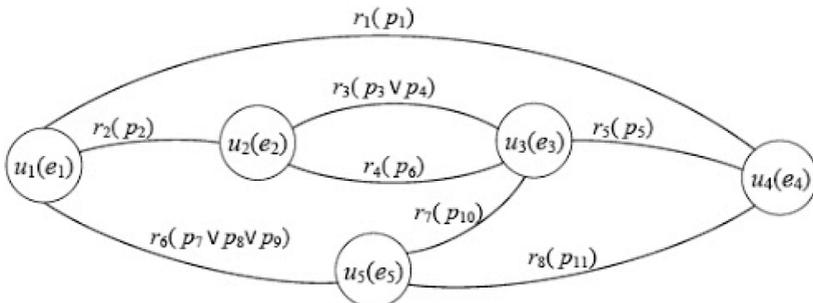


Рис. 1. Граф перевозок

Алгоритм решения транспортной задачи в такой постановке ничем не отличается от решения задачи нахождения кратчайшего пути на взвешенном графе с определенными весами и осуществляется на основе перевода нечеткого тарифа в детерминированный, при этом, расчет детерминированного эквивалента для каждого нечеткого множества коэффициента целевой функции \bar{C}_{ij} в виде $S(\bar{C}_{ij})$ по формулам

$$S(\bar{C}) = \sum_{p=0}^P w_p L_p,$$

где $w_p \geq 0$ – весовые коэффициенты сечений нечетких множеств, или $L_p = 0,5(C_p^1 + C_p^2)$ – координаты средних точек соответствующих сечений нечетких множеств

$(\bar{C}, \mu_{\bar{C}}(C)) - \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \dots, \alpha_p, C_0^1, C_1^1, \dots, C_p^1, \dots, C_p^1$ и $C_0^2, C_1^2, \dots, C_p^2, \dots, C_p^2$ – соответственно координаты левых и правых крайних точек (координаты абсцисс всех этих сечений), после чего все шаги получения опорного решения ничем не отличаются от последовательности вычислений в случае детерминированных значений c_{ij} . В качестве методов решения детерминированных задач можно рассмотреть алгоритмы Дейкстры, Беллмана-Форда, динамический алгоритм Флойда – Уоршелла, прямой симметричный алгоритм.

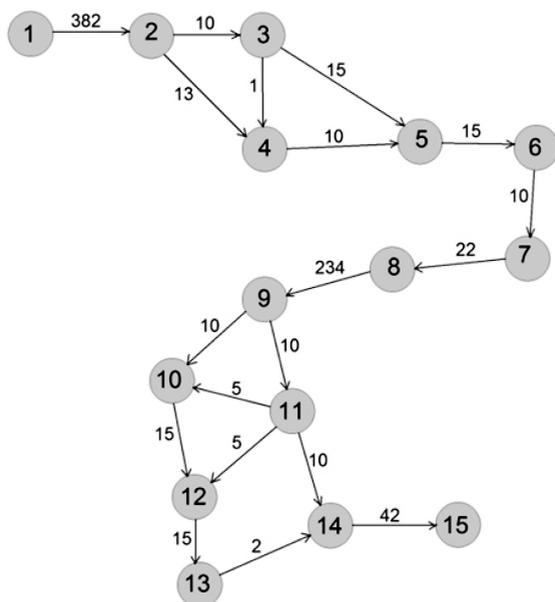


Рис. 1. Схема перевозок по маршруту «город X – город B»

Для исследования рассмотрим ежедневный маршрут «Город X- город B» развоза товаров со склада (вершина 1) по 14 торговым точкам

(вершины 2-15), схема представлена на рисунке 1. Пусть в каждый пункт осуществляется завоз не более одного раза, оценив затраты на перевозки на каждом участке пути в зависимости от стоимости топлива, затрат на оплату водителя, состояния дорог. Если завоз не осуществляется, то вершина может быть исключена (то есть с нулевым весом), при этом не теряется так как может находиться на пути следования транспорта. В этом случае не учитывается время на остановку в данном пункте, что сказывается уменьшении общих затрат.

Найдем кратчайший обход всех торговых точек, методом симметричного алгоритма [5], усреднив все нечеткие тарифы для каждого участка пути. Между всеми маршрутами стоимость кратчайшего пути составит 771 руб. и схема маршрута между всеми вершинами показана на рисунке 2.

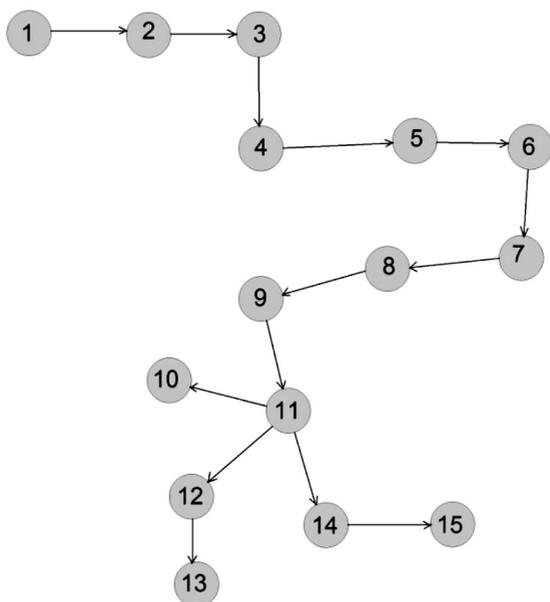


Рис. 2. Схема маршрута между всеми вершинами

Так как склад расположен достаточно далеко от первого пункта сбыта (вершина 2), то предприятие решило арендовать дополни-

тельный склад. Можно рассмотреть, как задачу о размещении [11]. Для начала определим, в каком населенном пункте эффективно можно расположить этот склад.

Все 14 торговых точек сосредоточены в 4 населенных пунктах. На рисунке 3 отображена схема их расположения и расстояния между ними.

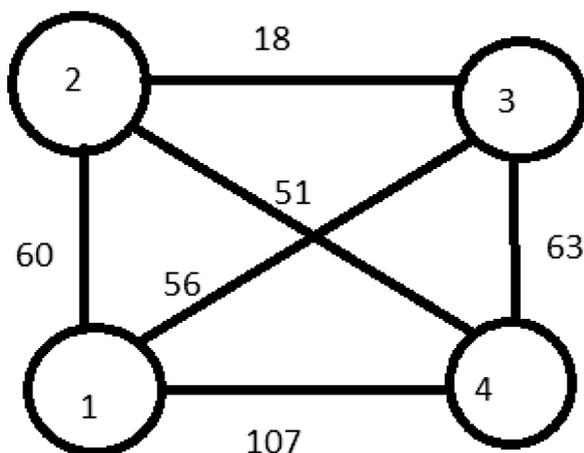


Рис. 3. Схема расположения городов

Используя таблицу грузооборота для каждого из пунктов (табл. 1). Расположение склада определяется по минимальному суммарному грузообороту.

Таблица 1.

Расчет данных грузооборота

Населенный пункт	Объем поставок, шт.	Расстояние между городами, км				Грузооборот, шт.			
		1	2	3	4	1	2	3	4
1	30	0	60	56	107	0	180	168	3210
2	60	60	0	18	51	3600	0	1080	3060
3	10	56	18	0	63	560	180	0	630
4	60	107	51	63	0	6420	3060	3780	0
Итого:						10580	3420	5028	6900

По таблице 1 видно, что склад нам надо расположить во втором городе. Учитывая необходимые характеристики помещения под склад в данном пункте, арендная плана составила 6400 рублей в месяц. Построим новый маршрут доставки (рис. 4а) с учетом нового места хранения. Минимальная стоимость доставки между пунктами 1-15 составляет 365 рублей, а между всеми пунктами стоимость составит 430 рублей, кратчайший путь показан на рисунке 4б. Вычислим разницу между данным нам маршрутом и новым $771 - 430 = 341$ рублей. Экономия составляет 341 рубль в день, следовательно, аренда дополнительного склада окупается при соответствующем маршруте не менее 19 дней развоза продукции, так как маршрут ежедневный, то это существенная экономия на перевозках.

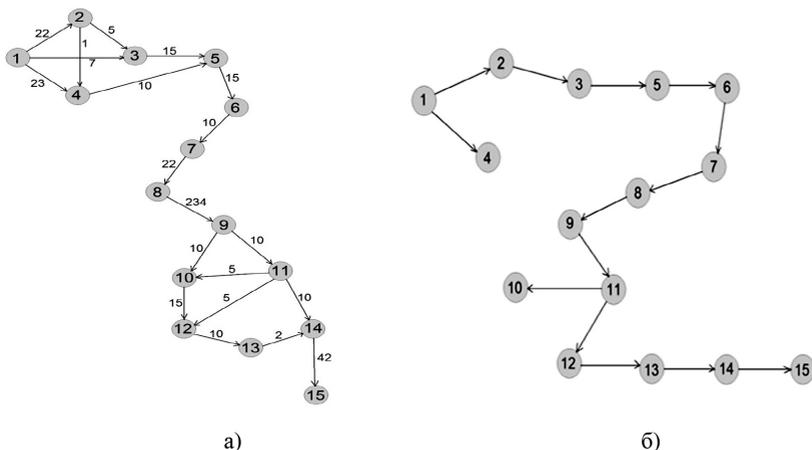


Рис. 4. Маршрут, с арендованным складом

Таким образом, для реализации первого мероприятия оптимизации было проведено исследование на эффективность расположения склада, так же методом симметричного алгоритма был найден минимальный путь. Оценена стоимость вводимых мер.

Использование методов логистики открывает новые резервы создания конкурентного преимущества той или иной фирмы на

основе максимального удовлетворения запросов клиентов. Государство и бизнес одинаково заинтересованы в развитии и качественном росте логистических систем.

Список литературы

1. Агапова Е.Г., Попова Т.М. Имитационная модель участка транспортной сети // International Journal of Advanced Studies. 2020. Т. 10, № 4. С. 139-144
2. Агапова Е.Г., Попова Т.М. Разработка имитационной модели участка транспортной сети в GPSS STUDIO // International Journal of Advanced Studies. 2020. Т. 10, № 4. С. 145-151.
3. Голик Т.В., Попова Т.М. Моделирование логистических задач // ТОГУ-старт: фундаментальные и прикладные исследования молодых. Материалы научно-практической конференции. Хабаровск, 2020. С. 60-64.
4. Зак Ю. А. Fuzzy – регрессионные модели прогнозирования затрат времени и стоимости грузовых автомобильных перевозок // Логистика сегодня. 2015. № 3. С. 162-172.
5. Зак Ю. А. Критерии и методы сравнения нечетких множеств // Системные исследования и информационные технологии. 2013. № 3. С. 58-68.
6. Зак Ю. А. Принятие решений в условиях нечетких и размытых данных: Fuzzy – технологии. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. 352 с.
7. Лукинский В.С., Бережной В.И., Бережная Е.В. и др. Логистика автомобильного транспорта: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2004. 368 с.
8. Вардомацкая Е.Ю., Шарстнев В.Л., Алексеева Я.А. Оптимизация маршрута с использованием теории графов в пакетах прикладных программ // Экономика. 2016. №1(30). С. 130-139.
9. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой информации. М.: Наука, 1981. 264 с.
10. Пигнастый О. М. Статистическая теория производственных систем. Х.: ХНУ им. В. Н. Каразина, 2007. 387 с.

11. Раскин Л.Г., Серая О.В. Метод решения нечетких задач математического программирования // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2016. Т.5, № 4(83). С. 23-28.
12. Тихомирова А.Н., Сидоренко Е.В. Математические модели и методы в логистике: Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2010. 320 с.
13. Тюхтина А.А. Математические модели логистики. Транспортная задача: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. 66 с.
14. Форд М. Решение транспортной задачи. Сб. «Методы и алгоритмы решения транспортной задачи». – М.: Госстатиздат, 1963. 72 с.
15. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. Задачи и методы стохастического программирования. М.: Сов. радио, 1974. 392 с.
16. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision-Making in a Fuzzy Environment // Management Science. 1970. Vol. 17, no. 4. P. B141–B164.
17. Grabara J., Kolcun M., Kot S. The role of information systems in transport logistics // International Journal of Education and Research. 2014. Vol. 2, no. 2. P. 1-8.
18. Lun Y. H. V. et al. Research in shipping and transport logistics // International Journal of Shipping and Transport Logistics. 2011. Vol. 3, № 1. P. 1-5.
19. Szmidt E., Kacprzyk E. Distances between intuitionistic fuzzy sets // Fuzzy Sets and Systems. 2000. Vol. 114, Issue 3. P. 505–518. [https://doi.org/10.1016/s0165-0114\(98\)00244-9](https://doi.org/10.1016/s0165-0114(98)00244-9)
20. Yang M.-S., Lin T.-S. Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input–output data // Fuzzy Sets and Systems. 2002. Vol. 126, Issue 3. P. 389-399. [https://doi.org/10.1016/s0165-114\(01\)00066-5](https://doi.org/10.1016/s0165-114(01)00066-5)

References

1. Agapova E.G., Popova T.M. Imitatsionnaya model' uchastka transportnoy seti [Simulation model of a section of the transport network]. *International Journal of Advanced Studies*, 2020, vol. 10, no. 4, pp. 139-144.

2. Agapova E.G., Popova T.M. Razrabotka imitatsionnoy modeli uchastka trans-portnoy seti v GPSS STUDIO [Development of a simulation model of a section of the transport network in GPSS STUDIO]. *International Journal of Advanced Studies*, 2020, vol. 10, no. 4, pp. 145-151.
3. Golik T.V., Popova T.M. Modelirovanie logisticheskikh zadach [Modeling logistics tasks]. *TOGU-start: fundamental'nye i prikladnye issledovaniya molodykh Materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [TOGU-start: fundamental and applied research of young people Materials of the scientific-practical conference]. Khabarovsk, 2020, pp. 60-64.
4. Zak Yu.A. Fuzzy – regressionnyye modeli prognozirovaniya zatrat vremeni i stoimosti gruzovykh avtomobil'nykh perevozok [Fuzzy - regression models for forecasting the time and cost of freight road transport]. *Logistika segodnya*, 2015, no. 3, pp. 162-172.
5. Zak Yu. A. Kriterii i metody sravneniya nechetkikh mnozhestv [Criteria and methods for comparing fuzzy sets]. *Sistemnye issledovaniya i informatsionnye tekhnologii*, 2013, no. 3, pp. 58-68.
6. Zak Yu. A. *Prinyatie resheniy v usloviyakh nechetkikh i razmytykh daniykh: Fuzzy – tekhnologii* [Making decisions in the face of fuzzy and blurry data: Fuzzy - technologies]. Moscow: Knizhnyy dom «LIBRO-KOM» Publ., 2013, 352 p.
7. Lukinskiy V.S., Berezhnoy V.I., Berezhnaya E.V. i dr. *Logistika avtomobil'nogo transporta* [Logistica of road transport]. Moscow, 2004, 368 p.
8. Vardomatskaya E.Yu., Sharstnev V.L., Aleekseeva Ya.A. Optimizatsiya marshruta s ispol'zovaniem teorii grafov v paketakh prikladnykh programm [Route optimization using graph theory in application packages]. *Ekonomika*, 2016, no. 1(30), pp. 130-139.
9. Orlovskiy S.A. *Problemy prinyatiya resheniy pri nechetkoy informatsii* [Decision-making problems with fuzzy information]. Moscow: Nauka, 1981, 264 p.
10. Pignastyy O.M. *Stokhasticheskaya teoriya proizvodstvennykh system* [Statistical theory of production systems]. Kharkov, 2007, 387 p.

11. Raskin L.G., Seraya O.V. Metod resheniya nechetkikh zadach matematicheskogo programmirovaniya [Method for solving fuzzy problems of mathematical programming]. *Vostochno-Evropeyskiy zhurnal perezodovykh tekhnologiy*, 2016, no. 4(83), Vol. 5, pp. 23-28.
12. Tikhomirova A.N., Sidorenko E.V. *Matematicheskie modeli i metody v logistike* [Mathematical models and methods in logistics]. Moscow, 2010, 320 p.
13. Tyukhtina A.A. *Matematicheskie modeli logistiki. Transportnaya zadacha* [Mathematical models of logistics. Transport task]. Nizhny Novgorod, 2016, 66 p.
14. Ford M. Reshenie transportnoy zadachi [Solution of the transport problem]. *Metody i algoritmy resheniya transportnoy zadachi* [Methods and algorithms for solving the transport problem]. Moscow: Gosstatizdat, 1963, 72 p.
15. Yudin D. B. *Matematicheskie metody upravleniya v usloviyakh nepolnoy in-formatsii. Zadachi i metody stokhasticheskogo programmirovaniya* [Mathematical methods of control under conditions of incomplete information. Problems and methods of stochastic programming]. Moscow: Sov. radio, 1974, 392 p.
16. Bellman, R. E., and L. A. Zadeh. Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 1970, vol. 17, no. 4, pp. B141–B164.
17. Grabara J., Kolcun M., Kot S. The role of information systems in transport logistics. *International Journal of Education and Research*, 2014, vol. 2, no. 2, pp. 1-8.
18. Lun Y. H. V. et al. Research in shipping and transport logistics. *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, 2011, vol. 3, no. 1, pp. 1-5.
19. Szmidt E., Kacprzyk E. Distances between intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, Vol. 114, no. 3, pp. 505–518. [https://doi.org/10.1016/s0165-0114\(98\)00244-9](https://doi.org/10.1016/s0165-0114(98)00244-9)
20. Yang M.-S., Lin T.-S. Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input–output data. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, vol. 126, no. 3, pp. 389–399. [https://doi.org/10.1016/s0165-114\(01\)00066-5](https://doi.org/10.1016/s0165-114(01)00066-5)

ДАНИЕ ОБ АВТОРАХ

Агапова Елена Григорьевна, кандидат физико-математических наук, доцент
Тихоокеанский государственный университет
ул. Тихоокеанская, 136, г. Хабаровск, 680035, Российская Федерация
000614@pnu.edu.ru

Попова Татьяна Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент
Тихоокеанский государственный университет
ул. Тихоокеанская, 136, г. Хабаровск, 680035, Российская Федерация
000511@pnu.edu.ru

DATA ABOUT THE AUTHORS

Elena G. Agapova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Pacific National University
136, Tikhookeanskaya Str., Khabarovsk, 680035, Russian Federation
000614@pnu.edu.ru
ORCID: 0000-0002-2824-6294

Tatyana M. Popova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Pacific National University
136, Tikhookeanskaya St., Khabarovsk, 680035, Russian Federation
000511@pnu.edu.ru
ORCID: 0000-0003-4759-9500