

DOI: 10.12731/2227-930X-2023-13-2-86-101  
УДК 657



Научная статья | Технологии и средства механизации сельского хозяйства

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАРНИРНО-СОЧЛЕНЕННОЙ РАМЫ С МЕХАНИЗМОМ РАЗВОРОТА КАБИНЫ

*Н.В. Фрольцов, М.А. Быков,  
А.И. Пономарев, М.В. Сидоров*

*Тракторы – технологичные энергетические средства, используемые для общей механизации и автоматизации сельскохозяйственного производства, а также для перевозки готового сырья. Трактора 8 тягового класса должны обладать высокой производительностью и экономичностью, в целях достижения наилучших результатов, в кратчайшие агротехнические сроки.*

*Необходимость развития конструкций тракторов 8 тягового класса объясняется текущими тенденциями в развитии сельского хозяйства. Увеличение площади сельскохозяйственных угодий ставит перед производителями задачи по увеличению скорости обработки почвы, что влечет за собой увеличение мощности и эргономичности тракторов.*

*Необходимые тягово-сцепные и компоновочные характеристики энергонасыщенных тракторов 8 тягового класса позволяют реализовать шарнирно-сочлененные рамы. Основной задачей проектирования является разработка шарнирно-сочлененной рамы с механизмом поворота кабины, которая сможет выполнить предъявляемые требования к современным тракторам 8 тягового класса.*

*Цель. Исследование сил сопротивления повороту шарнирно-сочлененной рамы и возникновения благоприятного момента для разворота кабины с помощью модели в среде MATLAB Simulink.*

**Метод или методология проведения работы.** В статье использовались методы математического моделирования и анализа.

**Результаты.** Получены параметры, показывающие необходимые силы для поворота шарнирно-сочлененной рамы и возникновения благоприятного момента для разворота кабины.

**Область применения результатов.** Полученные результаты могут быть применены при проектировании трактора на шарнирно-сочлененной раме с механизмом поворота кабины.

**Ключевые слова:** сельскохозяйственный трактор; механизм поворота кабины; 8 тяговый класс; шарнирно-сочлененная рама; моделирование; MATLAB Simulink; математическая модель

**Для цитирования.** Фрольцов Н.В., Быков М.А., Пономарев А.И., Сидоров М.В. Математическая модель шарнирно-сочлененной рамы с механизмом разворота кабины // International Journal of Advanced Studies. 2023. Т. 13, № 2. С. 86-101. DOI: 10.12731/2227-930X-2023-13-2-86-101

Original article | Agricultural Mechanization

## MATHEMATICAL MODEL OF A ARTICULATED FRAME WITH A CAB TURN MECHANISM

*N.V. Froltsov, M.A. Bykov,  
A.I. Ponomarev, V.N. Sidorov*

*Tractors are technological energy means used for general mechanization and automation of agricultural production, as well as for the transportation of finished raw materials. Tractors of traction class 8 must have high productivity and efficiency, in order to achieve the best results, in the shortest agrotechnical time.*

*The need for the development of tractor designs of the 8th traction class is explained by current trends in the development of agriculture.*

*The increase in the area of agricultural land sets manufacturers the task of increasing the speed of tillage, which entails an increase in the power and ergonomics of tractors.*

*The necessary traction and layout characteristics of energy-saturated tractors of traction class 8 allow the implementation of articulated frames. The main task of the design is the development of a articulated frame with a cab rotation mechanism that will be able to fulfill the requirements for modern tractors of the 8th traction class.*

**Purpose.** *Investigation of the forces of resistance to rotation of the articulated frame and the occurrence of a favorable moment for turning the cab using a model in the MATLAB Simulink environment.*

**Methodology.** *Methods of mathematical modeling and analysis were used in the article.*

**Results.** *The parameters showing the necessary forces for the rotation of the articulated frame and the occurrence of a favorable moment for turning the cab are obtained.*

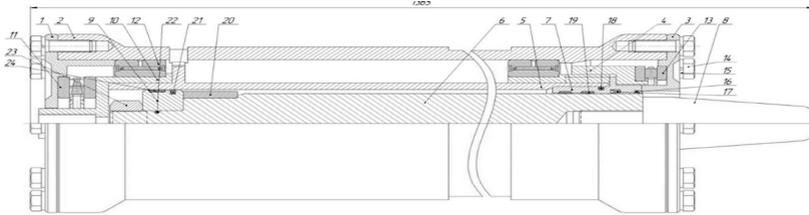
**Practical implications.** *The results obtained can be applied in the design of a tractor on a articulated frame with a cab rotation mechanism.*

**Keywords:** *agricultural tractor; cab turning mechanism; traction class 8; articulated frame; simulation; MATLAB Simulink; mathematical model*

**For citation.** *Froltsov N.V., Bykov M.A., Ponomarev A.I., Sidorov V.N. Mathematical Model of a Articulated Frame with a Cab Turn Mechanism. International Journal of Advanced Studies, 2023, vol. 13, no. 2, pp. 86-101. DOI: 10.12731/2227-930X-2023-13-2-86-101*

Основными элементами механизма поворота кабины являются корпус, крышки, подшипники, зубчатое колесо. В основе разрабатываемой конструкции механизма поворота кабины лежит гидроцилиндр.

Компоновочная схема разрабатываемого механизма поворота кабины представлена на рисунке 1.



1 – верхняя крышка; 2 – корпус; 3 – нижняя крышка; 4 – нижняя втулка; 5 – корпус гидроцилиндра; 6 – шток гидроцилиндра; 7 – грандбукса; 8 – опора; 9 – поршень; 10 – крышка гидроцилиндра; 11,12,13 – подшипники; 14 – болт; 15 – шайба; 16 – пыльник; 17 – грязесъемник; 18 – уплотнение; 19 – втулка; 20 – ограничительная втулка; 21 – уплотнение поршня; 22 – нижнее уплотнение поршня; 23 – гайка; 24 – втулка поршня

Механизм поворота кабины в основе имеет гидроцилиндр, состоящий из корпуса 5, внутри которого расположен шток 6 с установленной на него опорой 8. В движение шток приводится поршнем 10 с втулкой 24 с уплотнениями 21 и 22, затянутой гайкой 23. Скольжение штока в цилиндре с нижней стороны обеспечивается грандбуксой 7 с установленными на ней втулками 19, грязесъемником 17, пыльником 16 и уплотнением 18. Вращение цилиндра в корпусе осуществляется на подшипниках 11,12,13, зажатых крышками 1 и 3 через нижнюю втулку 4.

Уравнения движения передней и задней полурам шарнирно-сочлененной колесной машины:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x - L_1 \cos(\theta_1) & x_2 &= x + L_2 \cos(\theta_2) \\
 y_1 &= y - L_1 \sin(\theta_1) & y_2 &= y + L_2 \sin(\theta_2) \\
 \dot{x}_1 &= \dot{x} - L_1 \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 & \dot{x}_2 &= \dot{x} - L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\
 \dot{y}_1 &= \dot{y} - L_1 \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 & \dot{y}_2 &= \dot{y} + L_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\
 V_{lat,1} &= -\dot{x}_1 \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 & V_{lat,2} &= -\dot{x}_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + \dot{y}_2 \cos(\theta_2) \\
 V_{long,1} &= \dot{x}_1 \cos(\theta_1) + \dot{y}_1 \sin(\theta_1) & V_{long,2} &= \dot{x}_2 \cos(\theta_2) + \dot{y}_2 \sin(\theta_2)
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $V_{long}$ ,  $V_{lat}$  – скорости кручения полурам в горизонтальной и вертикальной плоскости;  $x_1$  – координата по оси  $x$ ;  $y_1$  – координата по оси  $y$ ;  $\dot{x}_1$  – скорость по оси  $x$ ;  $\dot{y}_1$  – скорость по оси  $y$ .

Уравнения позволяют выразить обобщенные силы для каждой степени свободы:

$$\begin{aligned}
 F_{gen1,x} &= F_{x,1} \frac{\partial r_{1,x}}{\partial x} + F_{y,1} \frac{\partial r_{1,y}}{\partial x} \\
 F_{gen1,x} &= F_{x,1} \times 1 + F_{y,1} \times 0 \\
 F_{gen1,x} &= F_{x,1} \\
 F_{gen1,y} &= F_{x,1} \frac{\partial r_{1,x}}{\partial y} + F_{y,1} \frac{\partial r_{1,y}}{\partial y} \\
 F_{gen1,y} &= F_{x,1} \times 0 + F_{y,1} \times 1 \\
 F_{gen1,y} &= F_{y,1} \\
 F_{gen1,\theta} &= F_{x,1} \frac{\partial r_{1,x}}{\partial \theta} + F_{y,1} \frac{\partial r_{1,y}}{\partial \theta} \\
 F_{gen1,\theta} &= F_{x,1} \left( -L_2 \sin(\theta_2) - \frac{w}{2} \cos(\theta_2) \right) + F_{y,1} \left( L_2 \cos(\theta_2) - \frac{w}{2} \sin(\theta_2) \right) \\
 F_{gen1,\phi} &= F_{x,1} \frac{\partial r_{1,x}}{\partial \phi} + F_{y,1} \frac{\partial r_{1,y}}{\partial \phi} \\
 F_{gen1,\phi} &= 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Силы сопротивления в раме преобразуются согласно уравнениям:

$  \begin{aligned}  \text{Heading}_{rear\ body} &= \theta - \phi \\  F_x &= F_{long} \times \cos(\theta - \phi) - F_{lat} \times \sin(\theta - \phi) \\  F_y &= F_{long} \times \sin(\theta - \phi) + F_{lat} \times \cos(\theta - \phi)  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  \text{Heading}_{front\ body} &= \theta \\  F_x &= F_{long} \times \cos(\theta) - F_{lat} \times \sin(\theta) \\  F_y &= F_{long} \times \sin(\theta) + F_{lat} \times \cos(\theta)  \end{aligned}  $
--	--

где  $F_x, F_y$  – силы сопротивления по осям x и y.

### Результаты

Имитационное моделирование в среде MATLAB Simulink позволяет на основе математической модели проводить всесторонние исследования разрабатываемой системы.

Общая блок схема движения малотоннажного грузового автомобиля с узлом рекуперации, созданная в среде MATLAB Simulink представлена на рис. 1.

Для решения системы (3) воспользуемся блоком MATLAB Function.

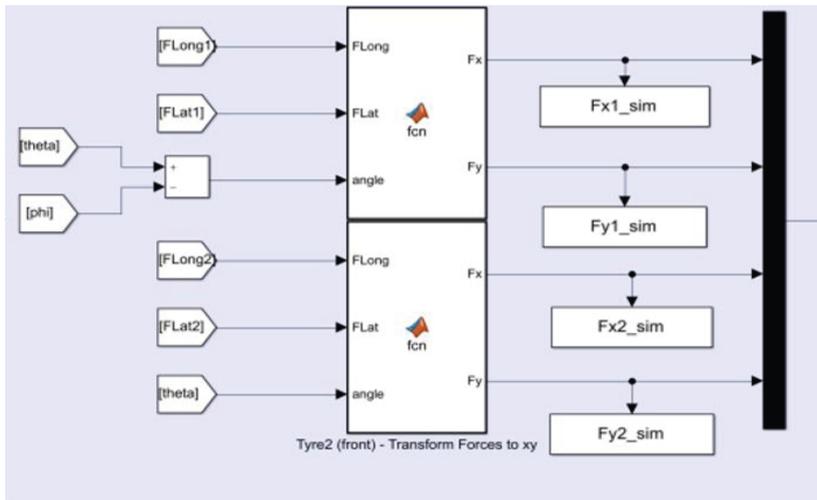


Рис. 1. Общий вид блока MATLAB Function

Входные переменные:

$V_{long}$ ,  $V_{lat}$  – скорости кручения полурам в горизонтальной и вертикальной плоскости;

$\phi$  – угол между полурамами;

$\theta$  – угол между передней полурамой и осью x;

Выходные переменные:

$F_x$ ,  $F_y$  – силы сопротивления по осям x и y.

Момент сопротивления на колесе складывается из момента сопротивления качению и силы сопротивления воздушной среды.

Блок схема шарнира полурам представлена на рис. 2.4.

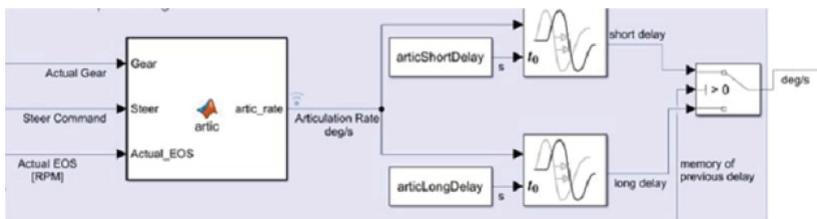


Рис. 2. Блок схема шарнира полурам в среде MATLAB/Simulink

Блок схема скольжения колес сельскохозяйственной машины в MATLAB/Simulink (рисунок 2.5)

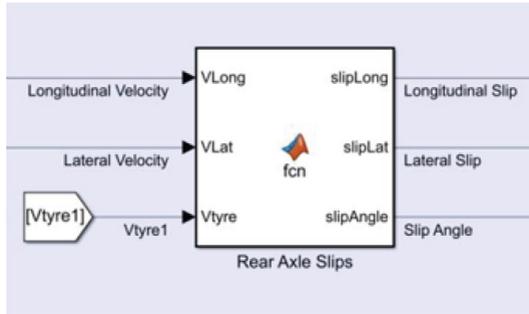


Рис. 3. Скольжение колес сельскохозяйственной машины

Блок схема изменения угла сочленения сельскохозяйственной машины в MATLAB/Simulink представлена на рисунке 2.6

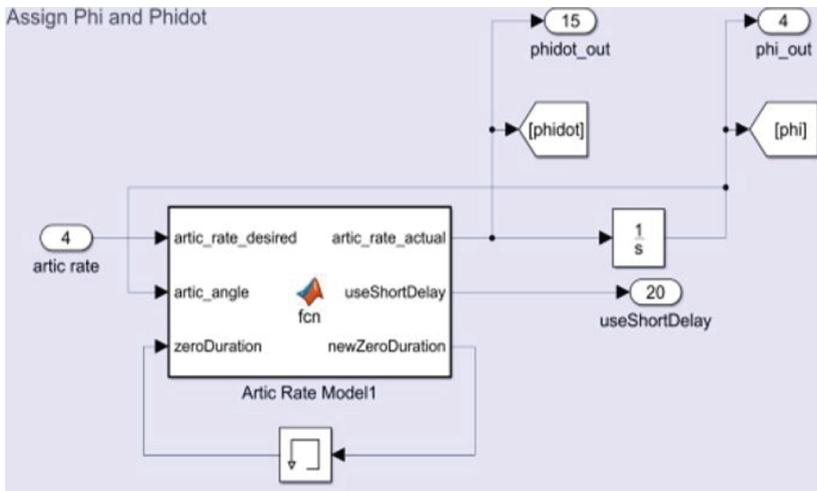


Рис. 4. Скольжение колес сельскохозяйственной машины

Модель гидропривода рулевого механизма шарнирно-сочлененной рамы представлена на рисунке 2.7.

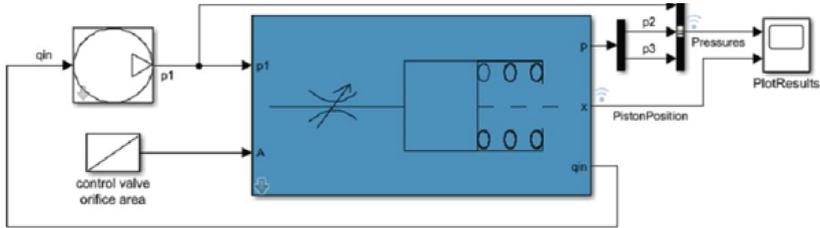


Рис. 5. Модель гидропривода рулевого механизма

Моделирование работы гидроцилиндра подразделяется на 4 этапа, соответствующих четырем блокам уравнений:

Движение жидкости от гидромотора до регулирующего клапана:

$$\begin{aligned}
 Q &= q_{12} + q_{1ex} \\
 q_{1ex} &= C_2 \cdot p_1 \\
 p_1 &= \frac{(Q - q_{12})}{C_2}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Движение жидкости в регулирующем клапане:

$$q_{12} = C_d \cdot A \cdot \operatorname{sgn}(p_1 - p_2) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_1 - p_2|} \tag{5}$$

Движение жидкости от регулирующего клапана до гидроцилиндра:

$$\frac{dp_3}{dt} = \frac{\beta}{V_3} \left( q_{12} - A_c \frac{dx}{dt} \right) \tag{6}$$

$$V_3 = V_{30} + A_c \cdot x$$

Движение жидкости в гидроцилиндре:

$$\begin{aligned}
 x &= p_3 \frac{A_c}{K} \\
 \frac{dx}{dt} &= \frac{dp_3}{dt} \frac{A_c}{K}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$q_{23} = q_{12} = C_1 (p_2 - p_3)$$

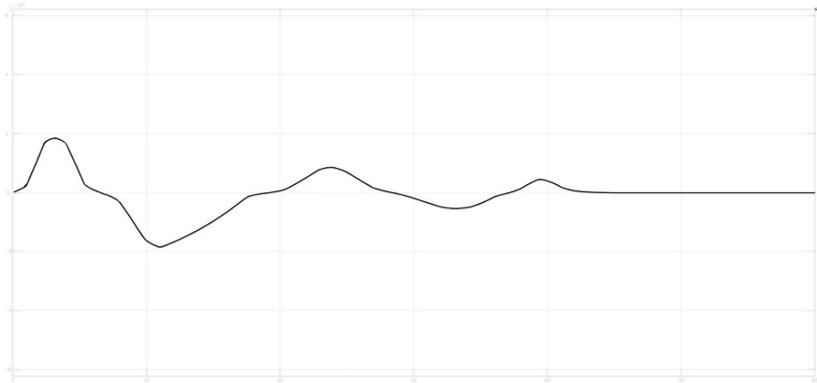
$$p_2 = p_3 + \frac{q_{12}}{C_1}$$

Модель работы гидроцилиндра представлена на рисунке 6.



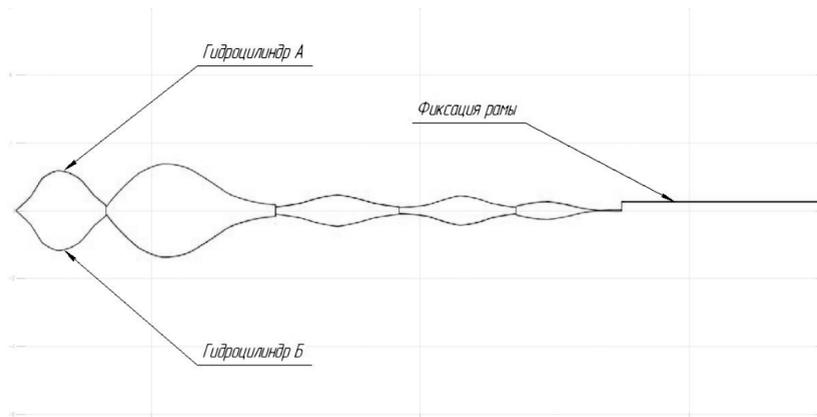
Моделирование поворота шарнирно-сочлененной рамы проводится в пределах изменения угла от 20 до -20 градусов.

Изменение силы сопротивления повороту шарнирно-сочлененной рамы относительно угла между полурамами показано на рисунке 9.



**Рис. 9.** Изменение силы сопротивления повороту шарнирно-сочлененной рамы относительно угла между полурамами

Максимальная сила сопротивления повороту рамы достигает своего значения на втором повороте в пике 1,89 кН.

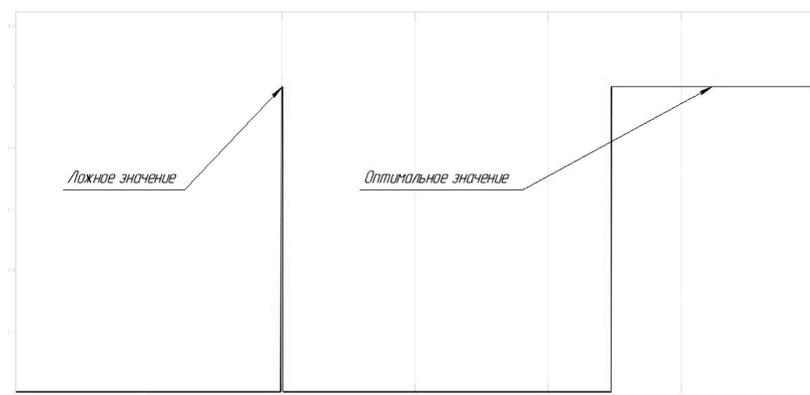


**Рис. 10.** Изменение давления в гидроцилиндрах рулевого управления

Изменение давления в гидроцилиндрах рулевого управления шарнирно-сочлененной рамы и момент фиксации рамы для разворота кабины показано на рисунке 10.

Максимальное значение давления в гидроцилиндрах достигается на втором повороте и составляет 1,64 кПа.

Иллюстрация возникновения благоприятного момента для разворота кабины представлена на рисунке 11.



**Рис. 11.** Возникновение благоприятного момента для разворота кабины



**Рис. 12.** Изменение давления в цилиндре механизма разворота кабины

Благоприятный момент для разворота кабины возникает в момент выравнивания рамы, т.е. при угле между полурамами равному 0 градусам. В соответствии с графиком выделяется два момента, один из которых ложный, так как колесная машина находится в движении, механизм в этот момент заблокирован. Второй момент возникает при остановке колесной машины, в этот момент механизм разблокирован.

Изменение давления в цилиндре механизма разворота кабины представлено на рисунке 12.

Давление в момент подъема кабины достигает 0,92 МПа.

### **Выводы**

Из полученных графиков видно, что в пределах изменения угла между полурамами от 20 до -20 градусов, максимальная сила сопротивления повороту рамы достигает своего значения на втором повороте в пике 1,89 кН. Максимальное значение давления в гидроцилиндрах достигается на втором повороте и составляет 1,64 кПа. Давление в момент подъема кабины достигает 0,92 МПа.

### ***Список литературы***

1. Патент 2199026 Рос. Федерация, МПК В60К 6/08. Рекуператор энергии для автомобилей: № 2000117109/28, 2000.06.27: заявл. 2000.06.27: опубл. 2003.02.20 /В.В.Петросов, П.М.Прусов, В.С. Малкин, А.Г.Петросов, И.В.Малкин. – 4с. URL: [https://yandex.ru/patents/doc/RU2199026C2\\_20030220](https://yandex.ru/patents/doc/RU2199026C2_20030220)
2. Заруцкий С.А., Власенко Е.А. Автоматизация анализа данных экспериментальных исследований // Инженерный вестник Дона, 2019, № 8 URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753>.
3. Жилейкин, М. М. Математические модели систем транспортных средств: методические указания / М. М. Жилейкин, Г. О. Котиев, Е. Б. Сарач. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – ISBN 978-5-7038-4761-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/103321>.

4. Синицкий С. А., Хафизов К. А., Нурмиев А. А., Хафизов Р. Н., Медведев В. М., Лушнов М. А. Учебное пособие по дисциплине “Конструкция автомобилей и тракторов”. Часть II. Трансмиссия автомобилей и тракторов/ Казанский государственный аграрный университет, 2019. – ISBN 978-5-7043-4751-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/202586>.
5. Конструкция тракторов и автомобилей: учебное пособие / О. И. Поливаев, О. М. Костиков, А. В. Ворохобин, О. С. Ведринский. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – ISBN 978-5-8114-1442-0. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/211322>.
6. Волков, Е. В. Теория эксплуатационных свойств автомобиля: учебник для вузов / Е. В. Волков. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – ISBN 978-5-8114-8745-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/197455>.
7. Фадеева М.Э., Чудаков Д.А., Маташнёв А.А., Сидоров В.Н., Пономарев А.И. Моделирование механической трансмиссии колесной машины 4х2 с задней ведущей осью // Инженерный вестник Дона, 2022, № 12 URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8090>.

### *References*

1. Patent 2199026 Grew. Federation, IPC B60K 6/08. Energy recuperator for cars: No. 2000117109/28, 2000.06.27: application 2000.06.27: publ. 2003.02.20 / V.V.Petrosov, P.M.Prusov, V.S. Malkin, A.G. Petrosov, I.V.Malkin. – 4с. URL: [https://yandex.ru/patents/doc/RU2199026C2\\_20030220](https://yandex.ru/patents/doc/RU2199026C2_20030220)
2. Zarutsky S.A., Vlasenko E.A. Automation of data analysis of experimental studies // Engineering Bulletin of the Don, 2019, No. 8 URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4753>.
3. Zhileikin, M. M. Mathematical models of vehicle systems: guidelines / M. M. Zhileikin, G. O. Kotiev, E. B. Sarach. - Moscow: MSTU im. N.E.

- Bauman, 2018. - ISBN 978-5-7038-4761-9. – Text: electronic // Doe: electronic library system. - URL: <https://e.lanbook.com/book/103321>.
4. Sinitsky S. A., Khafizov K. A., Nurmiev A. A., Khafizov R. N., Medvedev V. M., Lushnov M. A. Textbook on the discipline “Design of cars and tractors”. Part II. Transmission of cars and tractors / Kazan State Agrarian University, 2019. - ISBN 978-5-7043-4751-9. – Text: electronic // Doe: electronic library system. - URL: <https://e.lanbook.com/book/202586>.
  5. Construction of tractors and cars: textbook / O. I. Polivaev, O. M. Kostikov, A. V. Vorokhobin, O. S. Vedrinsky. - St. Petersburg: Lan, 2022. - ISBN 978-5-8114-1442-0. – Text: electronic // Doe: electronic library system. - URL: <https://e.lanbook.com/book/211322>.
  6. Volkov, E. V. Theory of operational properties of a car: a textbook for universities / E. V. Volkov. - St. Petersburg: Lan, 2022. - ISBN 978-5-8114-8745-5. – Text: electronic // Doe: electronic library system. - URL: <https://e.lanbook.com/book/197455>.
  7. Fadeeva M.E., Chudakov D.A., Matashnev A.A., Sidorov V.N., Ponomarev A.I. And Modeling the mechanical transmission of a 4x2 wheeled vehicle with a rear drive axle // Engineering Bulletin of the Don, 2022, No. 12 URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8090>.

### **ДАнные ОБ АВТОРАХ**

**Фрольцов Никита Васильевич**, студент кафедры «Колесные машины и прикладная механика»  
*Калужский филиал «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»*  
*ул. Баженова, 2, г. Калуга, Калужская область, 248000, Российская Федерация*  
*[nikita@froltsov.ru](mailto:nikita@froltsov.ru)*

**Быков Михаил Андреевич**, студент кафедры «Колесные машины и прикладная механика»  
*Калужский филиал «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»*

*ул. Баженова, 2, г. Калуга, Калужская область, 248000,  
Российская Федерация  
palavan2013@yandex.ru*

**Пономарев Алексей Иванович**, доцент кафедры «Колесные машины и прикладная механика», кандидат технических наук  
*Калужский филиал «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»  
ул. Баженова, 2, г. Калуга, Калужская область, 248000,  
Российская Федерация  
aron2005@yandex.ru*

**Сидоров Максим Владимирович**, доцент кафедры «Колесные машины и прикладная механика», кандидат технических наук  
*Калужский филиал «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»  
ул. Баженова, 2, г. Калуга, Калужская область, 248000,  
Российская Федерация  
sidorov-kaluga@yandex.ru*

#### **DATA ABOUT THE AUTHORS**

**Nikita V. Froltsov**, student of the department “Wheeled vehicles and Applied Mechanics”  
*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch  
2, Bazhenova Str., Kaluga, Kaluga Region, 248000, Russian  
Federation  
nikita@froltsov.ru*

**Mikhail A. Bykov**, student of the department “Wheeled vehicles and Applied Mechanics”  
*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch  
2, Bazhenova Str., Kaluga, Kaluga Region, 248000, Russian  
Federation  
palavan2013@yandex.ru*

**Alexey I. Ponomarev**, associate professor of the department “Wheeled vehicles and Applied Mechanics”, Candidate of Technical Sciences

*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch  
2, Bazhenova Str., Kaluga, Kaluga Region, 248000, Russian  
Federation  
apon2005@yandex.ru*

**Maksim V. Sidorov**, associate professor of the department “Wheeled vehicles and Applied Mechanics”, Candidate of Technical Sciences

*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch  
2, Bazhenova Str., Kaluga, Kaluga Region, 248000, Russian  
Federation  
sidorov-kaluga@yandex.ru*

Поступила 13.03.2023

После рецензирования 20.03.2023

Принята 05.04.2023

Received 13.03.2023

Revised 20.03.2023

Accepted 05.04.2023