

DOI: 10.12731/3033-5965-2025-15-4-384

EDN: CSDCDF



УДК 631.372

Научная статья | Эксплуатация автомобильного транспорта

## ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВЕДУЩЕГО КОЛЕСА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО МОДУЛЯ НА ЕГО ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

*Ю.П. Корнюшин, М.В. Сидоров*

### *Аннотация*

**Обоснование.** В статье рассматривается влияние параметров ведущего колеса (коэффициента продольной жесткости и демпфирования шины) технологического модуля на – передачу энергии (косвенно, нагрузки на его компоненты (узлы и механизмы)), обусловленные крутящим моментом на оси ведущего колеса и тяговым усилием со стороны трактора. Оценка выполнялась путем определения спектральных плотностей и амплитудно-частотных характеристик угловой и поступательной скоростей ведущего колеса через реализации его крутящего момента и горизонтальных усилий со стороны навески трактора и рабочего орудия, записанные при выполнении машинно-тракторным агрегатом технологической операции. В исследовании использовалась математическая модель ведущего колеса технологического модуля, который является дополнительным третьим ведущим мостом трактора колесной формулы 4К4. Оценена зависимость среднеквадратического отклонения колебаний выходного параметра технологического модуля – угловой скорости ведущего колеса в зависимости от коэффициента продольной жесткости и величины демпфирования шины.

**Цель** – поиск оптимальных параметров ведущего колеса (коэффициента продольной жесткости и демпфирования шины) технологического модуля для уменьшения колебаний угловой скорости ведущего колеса, обусловленных крутящим моментом на его оси и тяговым усилием со стороны трактора.

**Метод и методология проведения работы.** В статье использовались методы статистической динамики и теории движения колеса.

**Результаты.** Получены спектральные плотности и амплитудно-частотные характеристики угловой и поступательной скоростей ведущего колеса через реализации его крутящего момента и горизонтальных усилий со стороны навески трактора и рабочего орудия, записанные при выполнении машинно-тракторным агрегатом технологической операции.

**Область применения результатов.** Полученные результаты могут быть использованы при разработке и производстве тракторов и автомобилей.

**Ключевые слова:** технологический модуль; математическая модель, методы статистической динамики; шина

**Для цитирования.** Корнюшин, Ю. П., & Сидоров, М. В. (2025). Исследования влияния параметров ведущего колеса технологического модуля на его динамические свойства. *Transportation and Information Technologies in Russia / Транспорт и информационные технологии*, 15(4), 7–26. <https://doi.org/10.12731/3033-5965-2025-15-4-384>

Original article | Operation of Road Transport

## INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE TECHNOLOGY MODULE DRIVE WHEEL PARAMETERS ON ITS DYNAMIC PROPERTIES

*Yu.P. Korniyushin, M.V. Sidorov*

### *Abstract*

**Background.** The article examines the influence of the parameters of the drive wheel (coefficient of longitudinal stiffness and tire damping) of the technological module on energy transfer (indirectly, loads on its components (assemblies and mechanisms)) caused by the torque on the axis of the drive wheel and traction from the tractor. The evaluation was performed by determining the spectral densities and amplitude-frequency characteris-

tics of the angular and translational speeds of the drive wheel through the realization of its torque and horizontal forces from the tractor attachment and working tool, recorded during the technological operation performed by the tractor unit. The study used a mathematical model of the drive wheel of the technological module, which is an additional third drive axle of a tractor with a 4K4 wheel formula. The dependence of the RMS deviation of the oscillations of the output parameter of the technological module, the angular velocity of the drive wheel, depending on the coefficient of longitudinal stiffness and the amount of tire damping, is estimated.

**Purpose.** The search for optimal parameters of the drive wheel (coefficient of longitudinal stiffness and tire damping) of the technological module to reduce fluctuations in the angular velocity of the drive wheel due to the torque on its axis and traction from the tractor.

**Methodology.** The methods of statistical dynamics and the theory of wheel motion were used in the article.

**Results.** The spectral densities and amplitude-frequency characteristics of the angular and translational speeds of the drive wheel are obtained through the realization of its torque and horizontal forces from the tractor attachment and working tool, recorded during the technological operation performed by the tractor unit.

**Practical implications.** The results obtained can be used in the development and production of tractors and automobiles.

**Keywords:** technological module; mathematical model; methods of statistical dynamics; tire

**For citation.** Korniyushin, Yu. P., & Sidorov, M. V. (2025). Investigation of the influence of the technology module drive wheel parameters on its dynamic properties. *Transportation and Information Technologies in Russia*, 15(4), 7–26. <https://doi.org/10.12731/3033-5965-2025-15-4-384>

## Введение

За последние годы в производстве сельскохозяйственных тракторов наметилась устойчивая тенденция – повышение мощности двигателей, которая не может быть реализована через тяговое уси-

лие, передаваемое к рабочим машинам. Сельскохозяйственный трактор становится не только источником тяги, но и мобильным энергоносителем, что позволяет расширить его функциональные возможности. Предложенное комплектование машинно-тракторного агрегата (МТА) по модульному принципу, сформированного путем применения мобильного энергоносителя с дополнительным ведущим мостом (технологическим модулем) позволяет не только повысить универсальность трактора, но и снизить удельные энергозатраты при выполнении технологических операций [1]. Технологический модуль представляет собой подкатной третий мост с ведущими колесами, на шарнирно-сочлененной несущей раме, оборудованной гидронавесным механизмом [2]. Поиск оптимальных параметров ведущего колеса (коэффициента продольной жесткости и демпфирования шины) технологического модуля для уменьшения колебаний угловой и поступательной скоростей ведущего колеса, обусловленных крутящим моментом на его оси и тяговым усилием со стороны трактора, представляет определенный интерес.

### Методы и материалы

На ведущее колесо технологического модуля воздействует крутящий момент со стороны силовой установки и тяговые усилия со стороны трактора и рабочего орудия. Многие авторы рассматривают эти воздействия при исследовании их влияния на выходные параметры машинно-тракторных агрегатов как случайные процессы [3-6]. Для получения спектральной плотности выходного случайного процесса  $S_{вых}(\omega)$  достаточно иметь амплитудно-частотную характеристику исследуемой системы  $A_{TM}(\omega)$  и спектральную плотность входного процесса  $S_{ex}(\omega)$  [7]:

$$S_{вых}(\omega) = \left( A_{TM}(\omega) \right)^2 \cdot S_{ex}(\omega), \quad (1)$$

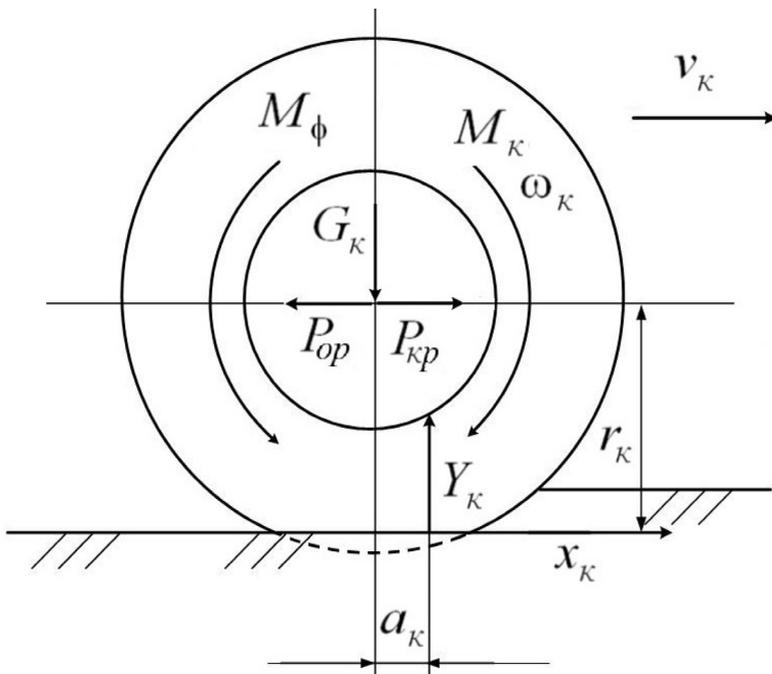
Уменьшение колебаний выходных параметров ведущего колеса технологического модуля: его угловой и поступательной скоростей,

обусловленных колебаниями крутящего момента на его оси и тяговых усилий со стороны трактора и рабочего орудия, характеризуется минимально возможными значениями составляющих их спектральных плотностей  $S_{\text{вых}}(\omega)$ . Минимально возможные значения составляющих спектральных плотностей  $S_{\text{вых}}(\omega)$  можно оценить по величине дисперсии или среднеквадратического отклонения:

$$D_{\text{вых}} = \int_0^{\infty} S_{\text{вых}}(\omega) d\omega, \tag{2 а}$$

$$\sigma_{\text{вых}} = \sqrt{D_{\text{вых}}}, \tag{2 б}$$

Для определения амплитудно-частотных характеристик системы рассмотрим технологический модуль как динамическую модель, расчетная схема которой приведена на рис. 1 [1, 8-11].



**Рис. 1.** Схема сил и моментов, действующих на ведущее колесо технологического модуля при выполнении трактором технологических операций

Согласно схеме сил и моментов, действующих на ведущее колесо технологического модуля при выполнении трактором технологических операций (Рис. 1), составим систему уравнений, описывающих его движение [8; 9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{\kappa} \frac{d\omega_{\kappa}}{dt} = M_{\kappa} - M_{\phi}; \\ v_{\kappa} = \omega_{\kappa} r_{\kappa} - \frac{d\lambda_{uu}}{dt} - \beta_{\kappa} \lambda_{uu}; \\ m_{\kappa} \frac{dv_{\kappa}}{dt} = P_{\phi} + P_{kp} - P_{op}; \\ M_{\phi} = \left( k_{\lambda} \frac{d\lambda_{uu}}{dt} + c_{\lambda} \lambda_{uu} + \frac{k_{\phi} \omega_{\kappa}}{r_{\kappa}} + \frac{a_{\kappa} Y_{\kappa}}{r_{\kappa}} \right) r_{\kappa}; \\ P_{\phi} = k_{\lambda} \frac{d\lambda_{uu}}{dt} + c_{\lambda} \lambda_{uu} - \frac{k_{\phi} \omega_{\kappa}}{r_{\kappa}}; \\ Y_{\kappa} = m_{\kappa} g; \\ a_{\kappa} = a_0 + \lambda_{uu}; \\ a_0 = f_{\kappa} r_{\kappa}. \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $\omega_{\kappa}$  – угловая скорость ведущего колеса;

$J_{\kappa}$  – момент инерции ведущего колеса;

$M_{\kappa}$  – крутящий момент на оси ведущего колеса;

$M_{\phi}$  – моменты касательных сил взаимодействия ведущего колеса с почвой;

$v_{\kappa}$  – поступательная скорость движения ведущего колеса;

$r_{\kappa}$  – динамический радиус ведущего колеса;

$\lambda_{uu}$  – продольная деформация шины ведущего колеса;

$\beta$  – коэффициент, учитывающий буксование ведущего колеса;

$m_{\kappa}$  – поступательно-движущиеся масса, приходящаяся на ось колеса;

$P_{\phi}$  – сила сопротивления качению колеса;

$P_{kp}$  – тяговое усилие со стороны трактора;

$P_{op}$  – сила сопротивления со стороны рабочего орудия;

$c_\lambda$  и  $k_\lambda$  – коэффициенты продольной жесткости и демпфирования шины;  
 $k_\phi$  – коэффициент углового демпфирования шины;  
 $a_\kappa$  – смещение вертикальной реакции  $Y_\kappa$  относительно оси ведущего колеса;  
 $a_0$  – продольная деформация опорной поверхности;  
 $f_\kappa$  – коэффициент сопротивления качению колеса.

Для проведения последующих исследований и получения необходимых зависимостей преобразуем вышеприведенную систему уравнений к следующему виду

$$\begin{cases} J_\kappa \frac{d\omega_\kappa}{dt} + k_\phi \omega_\kappa + k_\lambda r_\kappa \frac{d\lambda_{uu}}{dt} + (c_\lambda r_\kappa + m_\kappa g) \lambda_{uu} = M_\kappa - m_\kappa g f_\kappa r_\kappa; \\ r_\kappa \omega_\kappa - \frac{d\lambda_{uu}}{dt} - \beta_\kappa \lambda_{uu} - v_\kappa = 0; \\ \frac{k_\phi}{r_\kappa} \omega_\kappa - k_\lambda \frac{d\lambda_{uu}}{dt} - c_\lambda \lambda_{uu} + m_\kappa \frac{dv_\kappa}{dt} = P_{kp} - P_{op}. \end{cases} \quad (4)$$

После преобразования Лапласа система уравнений примет вид [5, 6]:

$$\begin{cases} (J_\kappa s + k_\phi) \omega_\kappa(s) + (k_\lambda r_\kappa s + (c_\lambda r_\kappa + m_\kappa g)) \lambda_{uu}(s) = M_\kappa(s) - m_\kappa g f_\kappa r_\kappa; \\ r_\kappa \omega_\kappa(s) - (s + \beta_\kappa) \lambda_{uu}(s) - v_\kappa(s) = 0; \\ \frac{k_\phi}{r_\kappa} \omega_\kappa(s) - (k_\lambda s + c_\lambda) \lambda_{uu}(s) + m_\kappa s v_\kappa(s) = P_{kp}(s) - P_{op}(s). \end{cases}$$

Введем следующие векторы и матрицу:

$$\mathbf{X} s = \begin{bmatrix} \omega_\kappa & s \\ \lambda_{uu} & s \\ v_\kappa & s \end{bmatrix} \text{ – вектор неизвестных (вектор выходных сигналов);}$$

$$\mathbf{Y} s = \begin{bmatrix} M_\kappa & s & -m_\kappa g r_\kappa f_\kappa \\ 0 \\ P_{kp} & s & -P_{op} & s & -m_\kappa g f_\kappa \end{bmatrix} \text{ – вектор правой части (вектор}$$

входных воздействий);

$$\mathbf{A} s = \begin{bmatrix} J_{\kappa} s + k_{\phi} & k_{\lambda} r_{\kappa} s + c_{\lambda} r_{\kappa} + m_{\kappa} g & 0 \\ r_{\kappa} & -s + \beta_{\kappa} & -1 \\ \frac{k_{\phi}}{r_{\kappa}} & -k_{\lambda} s + c_{\lambda} & m_{\kappa} s \end{bmatrix} - \text{матрица коэффициентов при неизвестных.}$$

циентов при неизвестных.

Тогда систему уравнений (3) можно записать в следующем виде

$$\mathbf{A} s \mathbf{X} s = \mathbf{Y} s.$$

Обращая матрицу  $\mathbf{A}(s)$  можно определить матричную передаточную функцию, устанавливающую связь между выходными сигналами и входными воздействиями:

$$\mathbf{X} s = \mathbf{W} s \mathbf{Y} s, (\mathbf{W} s = \mathbf{A}^{-1} s),$$

где

$$\mathbf{W} s = \begin{bmatrix} W_{M_{\kappa}}^{\omega_{\kappa}} s & W_{12} s & W_{P_{sp}}^{\omega_{\kappa}} s \\ W_{M_{\kappa}}^{\lambda_{u}} s & W_{22} s & W_{P_{op}}^{\lambda_{u}} s \\ W_{M_{\kappa}}^{v_{\kappa}} s & W_{32} s & W_{P_{sp}}^{v_{\kappa}} s \end{bmatrix}.$$

Передаточные функции  $W_{12}(s)$ ,  $W_{22}(s)$  и  $W_{32}(s)$  не являются информационными, поскольку вектор входных воздействий имеет нулевой элемент.

Составляющие матрицы (передаточные функции)  $\mathbf{W}(s)$  имеют вид следующие аналитические зависимости:

$$W_{M_{\kappa}}^{\omega_{\kappa}} s = \frac{m_{\kappa} s^2 + m_{\kappa} \beta_{\kappa} + k_{\lambda} s + c_{\lambda} r_{\kappa}}{J_{\kappa} m_{\kappa} r_{\kappa} s^3 + r_{\kappa} k_{\phi} m_{\kappa} + r_{\kappa}^3 m_{\kappa} k_{\lambda} + r_{\kappa} J_{\kappa} m_{\kappa} \beta_{\kappa} + r_{\kappa} J_{\kappa} k_{\lambda} s^2} \times$$

$$\times \frac{1}{r_{\kappa} k_{\phi} m_{\kappa} \beta_{\kappa} + 2r_{\kappa} k_{\phi} k_{\lambda} + r_{\kappa}^3 m_{\kappa} c_{\lambda} + r_{\kappa}^2 m_{\kappa}^2 g + J_{\kappa} r_{\kappa} c_{\lambda} s + 2r_{\kappa} k_{\phi} c_{\lambda} + k_{\phi} m_{\kappa} g}$$

$$W_{P_{sp}}^{\omega_{\kappa}} s = \frac{k_{\lambda} c_{\lambda} s + c_{\lambda} r_{\kappa} + m_{\kappa} g r_{\kappa}}{J_{\kappa} m_{\kappa} r_{\kappa} s^3 + r_{\kappa} k_{\phi} m_{\kappa} + r_{\kappa}^3 m_{\kappa} k_{\lambda} + r_{\kappa} J_{\kappa} m_{\kappa} \beta_{\kappa} + r_{\kappa} J_{\kappa} k_{\lambda} s^2} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda s + 2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g} \\ W_{M_k}^{v_k} s &= \frac{r_k^2 k_\lambda - k_\phi s + r_k^2 c_\lambda - k_\phi \beta_k}{J_k m_k r_k s^3 + r_k k_\phi m_k + r_k^3 m_k k_\lambda + r_k J_k m_k \beta_k + r_k J_k k_\lambda s^2} \times \\ & \times \frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda s + 2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g} \\ W_{P_{sp}}^{v_k} s &= \frac{J_k s^2 + J_k \beta_k + k_\phi + r_k^2 k_\lambda s + k_\phi \beta_k + r_k^2 c_\lambda + r_k m_k g}{J_k m_k r_k s^3 + r_k k_\phi m_k + r_k^3 m_k k_\lambda + r_k J_k m_k \beta_k + r_k J_k k_\lambda s^2} \times \\ & \times \frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda s + 2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g} \end{aligned}$$

где  $W_{M_k}^{\omega_k}(s)$ ,  $W_{P_{sp}}^{\omega_k}(s)$ , и  $W_{M_k}^{v_k}(s)$   $W_{P_{sp}}^{v_k}(s)$  – передаточные функции соответственно от внешних воздействий: крутящего момента на оси ведущего колеса  $M_k$  и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{sp} - P_{op}$  (нижний индекс), для соответствующих показателей: угловой  $\omega_k$  и поступательной скоростей  $v_k$  ведущего колеса (верхний индекс).

Соответствующие амплитудно-частотные характеристике (АЧХ) технологического модуля описываются соотношениями:

$$\begin{aligned} A_{M_k}^{\omega_k} \omega &= \sqrt{\frac{\left( c_\lambda - m_k \omega^2 + m_k \beta_k + k_\lambda \omega^2 \right) r_k^2}{2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g - r_k k_\phi m_k + r_k^3 m_k k_\lambda + r_k J_k m_k \beta_k + r_k J_k k_\lambda \omega^2}} \times \\ & \times \sqrt{\frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda \omega - J_k m_k r_k \omega^3}} \\ A_{P_{sp}}^{\omega_k} \omega &= \sqrt{\frac{k_\lambda c_\lambda \omega^2 + c_\lambda r_k + m_k g^2 r_k^2}{2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g - r_k k_\phi m_k + r_k^3 m_k k_\lambda + r_k J_k m_k \beta_k + r_k J_k k_\lambda \omega^2}} \times \end{aligned}$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda \omega - J_k m_k r_k \omega^3}}^2$$

$$A_{P_{sp}}^{\omega_k} \omega = \sqrt{\frac{r_k^2 k_\lambda - k_\phi \omega^2 + r_k^2 c_\lambda - k_\phi \beta_k^2}{2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g - r_k k_\phi m_k + r_k^3 m_k k_\lambda + r_k J_k m_k \beta_k + r_k J_k k_\lambda \omega^2}}^2 \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda \omega - J_k m_k r_k \omega^3}}^2$$

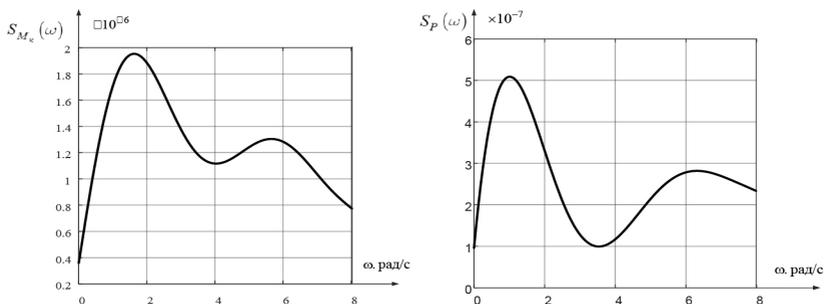
$$A_{P_{sp}}^{\nu_k} \omega = \sqrt{\frac{\left( k_\phi \beta_k + r_k^2 c_\lambda + r_k m_k g - J_k \omega^2 + J_k \beta_k + k_\phi + r_k^2 k_\lambda \omega^2 \right) r_k^2}{2r_k k_\phi c_\lambda + k_\phi m_k g - r_k k_\phi m_k + r_k^3 m_k k_\lambda + r_k J_k m_k \beta_k + r_k J_k k_\lambda \omega^2}}^2 \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{r_k k_\phi m_k \beta_k + 2r_k k_\phi k_\lambda + r_k^3 m_k c_\lambda + r_k^2 m_k^2 g + J_k r_k c_\lambda \omega - J_k m_k r_k \omega^3}}^2$$

где  $\omega$  – циклическая (круговая) частота колебаний, рад/с.

## Результаты

Для получения спектральных плотностей внешних для шины воздействий  $M_k$  и  $(P_{кр} - P_{ор})$  была проведена тензометрическая запись этих параметров при выполнении МТА технологической операции с орудием БДТ-7.



**Рис. 2.** Спектральные плотности входных воздействий ведущего колеса: крутящего момента на его оси  $M_k$  (а) и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{ор}$  (б)

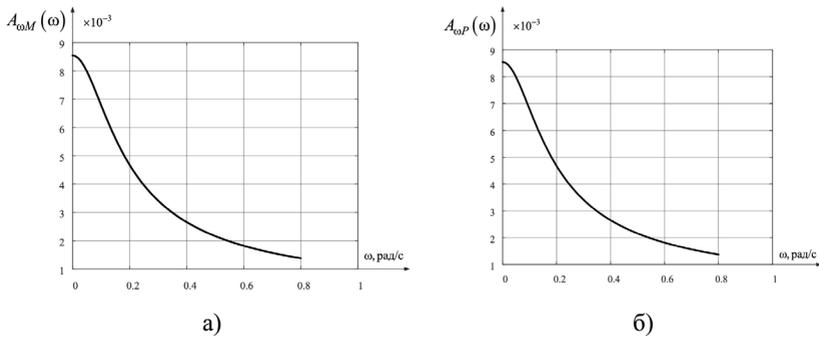
Обработанные методом периодограмм с использованием окна Хемминга и аппроксимированные полиномами 9 степени спектральные плотности этих воздействий приведены на рис. 2 [12; 13].

Наблюдаемые всплески выделения энергии (рис. 2) для крутящего момента на оси ведущего колеса  $M_k$  и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{op}$  совпадают по частоте и находятся в области около 1-1,8 и 5,9-6,2 рад/с, что очевидно, в виду одной причины их появления.

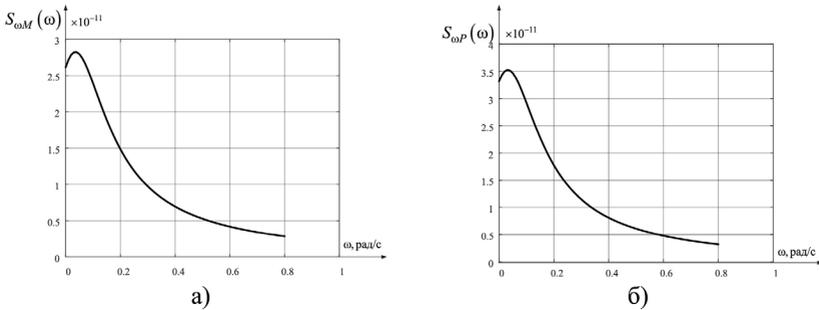
Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) ведущего колеса технологического модуля по угловой скорости ведущего колеса  $\omega$  от крутящего момента на его оси  $M_k$  и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{op}$  для тракторной шины 15,5R38 [14] приведены на рис. 3.

Полюса передаточных функций матрицы  $\mathbf{W}(s)$  имеют одинаковые знаменатели и составляют значения  $s_1 = -3,81$ ,  $s_{1,2} = -23,02 \pm j48,53$ , поэтому все АЧХ являются монотонными кривыми без выраженных особенностей до частот примерно 22 рад/с. Учитывая, что основная энергия колебаний создаваемых крутящим моментом на оси ведущего колеса и суммарным воздействием тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия находится в полосе частот от нуля до 6-8 рад/с, то будем рассматривать соответствующие вероятностные характеристики именно в этом частотном диапазоне.

Анализируя спектральные плотности (характеризующие распределение энергии процесса) угловой скорости, полученные через спектральные плотности крутящего момента на оси ведущего колеса  $M_k$  и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия (Рис. 4) можно отметить, что они имеют одинаковый явно выраженный всплеск 0,04 рад/с, что говорит об отсутствии высокочастотных составляющих у угловой скорости ведущего колеса, а также подтверждает адекватность моделирования.



**Рис. 3.** Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы по угловой скорости ведущего колеса  $\omega_k$  от крутящего момента на его оси  $M_k$  (а) и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{ор}$  (б)

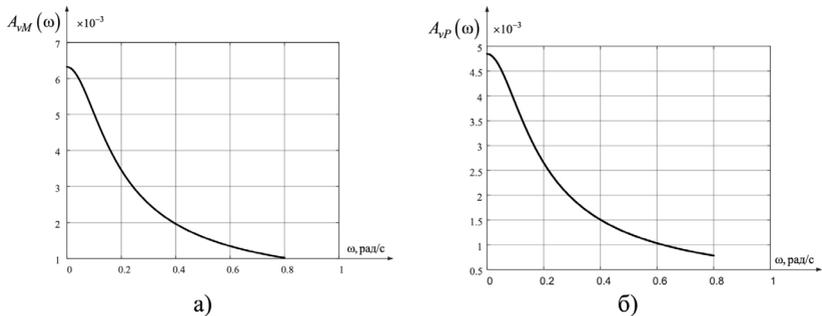


**Рис. 4.** Спектральная плотность угловой скорости ведущего колеса  $\omega_k$  от крутящего момента на его оси  $M_k$  колеса (а) и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{ор}$  (б)

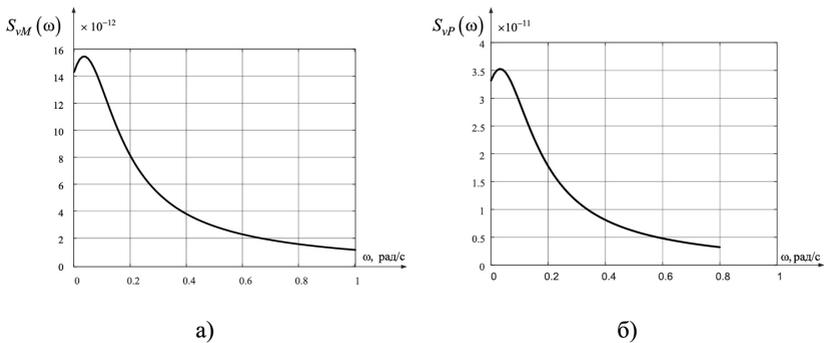
Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы по поступательной скорости движения ведущего колеса  $v_k$  от крутящего момента на его оси  $M_k$  и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{ор}$  приведены на рис. 5.

Спектральные плотности скорости поступательного движения ведущего колеса, полученные через спектральные плотности крутящего момента на оси ведущего колеса  $M_k$ , а также суммарного воздей-

ствия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия (Рис. 6) имеют одинаковый явно выраженный всплеск 0,04 рад/с и совпадают со спектральными плотностями угловой скорости ведущего колеса (Рис. 4).



**Рис. 5.** Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы по поступательной скорости движения ведущего колеса  $v_k$  от крутящего момента на его оси  $M_k$  колеса (а) и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{ор}$  (б)



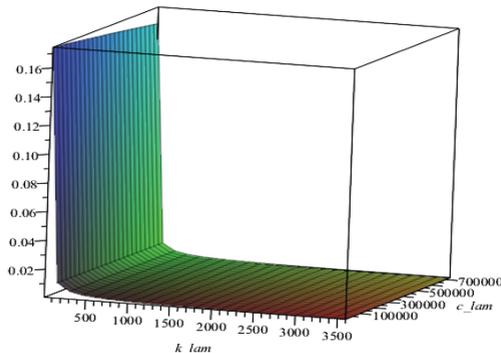
**Рис. 6.** Спектральная плотность поступательной скорости оси ведущего колеса  $v_k$ , полученные через спектральные плотности крутящего момента на оси ведущего  $M_k$  колеса (а) и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия  $P_{кр} - P_{ор}$  (б)

Как указывалось выше в качестве целевой функции, характеризующей эффективность демпфирования технологического моду-

ля, выберем среднеквадратическое отклонение угловой скорости ведущего колеса, вызванное колебаниями крутящего момента на его оси, зависящее от коэффициента продольной жесткости и величины демпфирования шины  $c_\lambda, k_\lambda$ :

$$\sigma_\omega = \sqrt{\int_0^\infty A_{vM}^2(\omega, c_\lambda, k_\lambda) S_{M_k}^{\omega_k}(\omega) d\omega},$$

поскольку оно является усредненной оценкой распределения энергии колебаний выходного параметра технологического модуля во всем частотном диапазоне его работы. Поверхность целевой функции приведена на рис. 7.



**Рис. 7.** Поверхность зависимости величины среднеквадратического отклонения угловой скорости ведущего колеса, вызванного крутящим моментом при изменении продольной жесткости и демпфирования шины

Анализируя зависимость среднеквадратического отклонения угловой скорости ведущего колеса, обусловленные крутящим моментом на оси ведущего колеса при изменении продольной жесткости от нуля до 1000000 Н/м и демпфирования от нуля до 3500 Н\*с/м его шины, можно сделать вывод, что, чем больше продольное демпфирование, тем среднеквадратическое отклонение меньше, а продольная жесткость практически не влияет на ее значение [15]. Таким образом, основное поглощение энергии удастся получить за счет увеличения коэффициента демпфирования шины.

Зависимости среднеквадратических отклонений угловой скорости ведущего колеса, как функции коэффициента продольной жесткости и величины демпфирования шины, обусловленные тяговым усилием со стороны трактора, а также скорости его поступательного движения, вызванные теми же внешними факторами будут иметь вид близкий по характеру изменения, к тому, который изображен на рис. 7.

### **Выводы**

1. Спектральные плотности угловой скорости ведущего колеса, полученные через спектральные плотности суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия, а также крутящего момента на оси ведущего колеса имеют одинаковый явно выраженный всплеск 0,04 рад/с, что подтверждает адекватность моделирования.

2. Спектральные плотности (характеризующие распределение энергии процесса) скорости поступательного движения колеса технологического модуля, полученные через спектральные плотности крутящего момента на его оси, а также суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия имеют одинаковый явно выраженный всплеск 0,04 рад/с и совпадают со спектральными плотностями угловой скорости этого колеса, полученные через спектральные плотности крутящего момента на оси ведущего колеса, и суммарного воздействия тягового усилия со стороны трактора и силы технологического сопротивления со стороны рабочего орудия.

3. Среднеквадратическое отклонение угловой скорости ведущего колеса, обусловленное крутящим моментом на оси ведущего колеса существенно зависит от продольного демпфирования шины, продольная жесткость практически не влияет на ее значение. Таким образом, основное поглощение энергии, и следова-

тельно демпфирование колебаний, (снижения нагрузок на узлы трактора и модуля) создаваемых силовой установкой за счет использования технологического модуля удастся получить только за счет увеличения коэффициента демпфирования шины.

### **Список литературы**

1. Сидоров, М. В. (2016). *Повышение эффективности использования машинно-тракторного агрегата за счёт применения технологического модуля с ведущими двигателями для трактора тягового класса 1,4* (Канд. дис. ... канд. техн. наук: 4.3.1). Воронеж: Воронежский государственный аграрный университет им. Императора Петра I, 153 с. EDN: <https://elibrary.ru/ZSLHPX>
2. Лавров, А. В., Сидоров, М. В., & Воронин, В. А. (2021). Технологический модуль для крестьянских фермерских хозяйств. *Сельский механизатор*, 3, 5. EDN: <https://elibrary.ru/WKMHWK>
3. Котиев, Г. О., & Сарач, Е. Б. (2010). *Комплексное подрессоривание высокоподвижных двухзвенных гусеничных машин*. Москва, 184 с. ISBN: 978-5-7038-3432-9. EDN: <https://elibrary.ru/ZCLELL>
4. Лурье, А. Б. (1981). *Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов*. Москва, 382 с.
5. Хачатуров, А. А., Афанасьев, В. Л., Васильев, В. С., и др. (1976). *Динамика системы дорога — шина — автомобиль — водитель*. Москва: Машиностроение, 535 с.
6. Певзнер, Я. М., Гридасов, Г. Г., Конев, А. Д., и др. (1979). *Колебания автомобиля. Испытания и исследования*. Москва: Машиностроение, 208 с.
7. Попов, В. Б. (2005). Математическое моделирование мобильного сельскохозяйственного агрегата в режиме транспортного переезда. *Вестник Гомельского государственного технического университета им. П. О. Сухого*, 3(22), 13–18. EDN: <https://elibrary.ru/PYVSMТ>
8. Скрынников, А. В., Шихин, А. В., Попов, А. А., & Сидоров, В. Н. (2022). Моделирование взаимодействия шины колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля. *Инженерный вестник Дона*,

6. Получено с [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7695](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7695). EDN: <https://elibrary.ru/RIGKUW>
9. Алакин, В. М., & Сидорова, А. В. (2020). Динамическая модель ведущего колеса трактора. В *Энергоэффективность и энергосбережение в современном производстве и обществе: материалы международной научно-практической конференции* (с. 183–186). EDN: <https://elibrary.ru/DSSIRI>
10. Яровой, В. Г., & Шаратов, А. П. (2010). Шина как упругодемпфирующее звено сельскохозяйственного трактора. *Вестник аграрной науки Дона. Зерноград*, 3, 25–30. EDN: <https://elibrary.ru/РУДНКZ>
11. Фадеева, М. Э., Чудаков, Д. А., Маташнёв, А. А., Сидоров, В. Н., & Пономарев, А. И. (2022). Моделирование механической трансмиссии колёсной машины 4×2 с задней ведущей осью. *Инженерный вестник Дона*, 12. Получено с <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8090>. EDN: <https://elibrary.ru/KEDQQI>
12. Жилейкин, М. М., Котиев, Г. О., & Сарач, Е. Б. (2018). *Математические модели систем транспортных средств: методические указания*. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана. Получено из электронно-библиотечной системы «Лань»: <https://e.lanbook.com/book/103321>
13. Шахтарин, Б. И., & Ковригин, В. А. (2005). *Методы спектрального оценивания случайных процессов*. Москва: Гелиос АРВ, 248 с. ISBN: 5-85438-136-2. EDN: <https://elibrary.ru/QMPBMN>
14. Айфичер, Э., & Джервис, Б. (2017). *Цифровая обработка сигналов: практический подход* (Пер. с англ.). Москва: Вильямс, 992 с.
15. Бойков, В. П., & Белковский, В. Н. (1988). *Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин*. Москва: Агропромиздат, 240 с.
16. Корнюшин, Ю. П., & Сидоров, М. В. (2025). Влияние динамических свойств технологического модуля на вертикальные колебания оси колеса. *Transportation and Information Technologies in Russia / Транспорт и информационные технологии*, 15(2), 161–176. <https://doi.org/10.12731/2227-930X-2025-15-2-341>. EDN: <https://elibrary.ru/GJGBJR>

### References

1. Sidorov, M. V. (2016). *Improving the efficiency of using a machine-tractor unit through the application of a technological module with driving propulsors for a tractor of traction class 1.4* (Candidate dissertation in Engineering Sciences: 4.3.1). Voronezh: Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter I, 153 p. EDN: <https://elibrary.ru/ZSLHPX>
2. Lavrov, A. V., Sidorov, M. V., & Voronin, V. A. (2021). Technological module for peasant farms. *Rural Mechanizer*, (3), 5. EDN: <https://elibrary.ru/WKMHWK>
3. Kotiev, G. O., & Sarach, E. B. (2010). *Integrated suspension of highly mobile two-section tracked vehicles*. Moscow, 184 p. ISBN: 978-5-7038-3432-9. EDN: <https://elibrary.ru/ZCLELL>
4. Lurie, A. B. (1981). *Statistical dynamics of agricultural units*. Moscow, 382 p.
5. Khachaturov, A. A., Afanasyev, V. L., Vasiliev, V. S., et al. (1976). *Dynamics of the road – tire – vehicle – driver system*. Moscow: Mashinostroenie, 535 p.
6. Pevzner, Ya. M., Gridasov, G. G., Konev, A. D., et al. (1979). *Vehicle vibrations. Tests and studies*. Moscow: Mashinostroenie, 208 p.
7. Popov, V. B. (2005). Mathematical modeling of a mobile agricultural unit in transport travel mode. *Bulletin of Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi*, 3(22), 13–18. EDN: <https://elibrary.ru/PYVSMT>
8. Skrynnikov, A. V., Shikhin, A. V., Popov, A. A., & Sidorov, V. N. (2022). Modeling the interaction of a wheel tire with the supporting base of a running module. *Engineering Bulletin of the Don*, (6). Retrieved from: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7695](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7695). EDN: <https://elibrary.ru/RIGKUW>
9. Alakin, V. M., & Sidorova, A. V. (2020). Dynamic model of a tractor driving wheel. In *Energy efficiency and energy saving in modern production and society: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference* (pp. 183–186). EDN: <https://elibrary.ru/DSSIRI>

10. Yarovoy, V. G., & Sharapov, A. P. (2010). Tire as an elastic-damping link of an agricultural tractor. *Bulletin of Agrarian Science of the Don. Zernograd*, (3), 25–30. EDN: <https://elibrary.ru/PYDHKZ>
11. Fadeeva, M. E., Chudakov, D. A., Matashnev, A. A., Sidorov, V. N., & Ponomarev, A. I. (2022). Modeling a mechanical transmission of a 4×2 wheeled vehicle with a rear driving axle. *Engineering Bulletin of the Don*, (12). Retrieved from: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8090>. EDN: <https://elibrary.ru/KEDQQI>
12. Zhileykin, M. M., Kotiev, G. O., & Sarach, E. B. (2018). *Mathematical models of vehicle systems: methodological guidelines*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University. Retrieved from the electronic library system “Lan”: <https://e.lanbook.com/book/103321>
13. Shakhtarin, B. I., & Kovrigin, V. A. (2005). *Methods of spectral estimation of random processes*. Moscow: Gelios ARV, 248 p. ISBN: 5-85438-136-2. EDN: <https://elibrary.ru/QMPBMN>
14. Ifeacher, E., & Jervis, B. (2017). *Digital signal processing: a practical approach* (Transl. from English). Moscow: Williams, 992 p.
15. Boykov, V. P., & Belkovsky, V. N. (1988). *Tires for tractors and agricultural machines*. Moscow: Agropromizdat, 240 p.
16. Korniyushin, Yu. P., & Sidorov, M. V. (2025). Influence of technological module dynamic properties on vertical oscillations of the wheel axle. *Transportation and Information Technologies in Russia*, 15(2), 161–176. <https://doi.org/10.12731/2227-930X-2025-15-2-341>. EDN: <https://elibrary.ru/GJGBJR>

### ДААННЫЕ ОБ АВТОРАХ

**Корнюшин Юрий Петрович**, профессор кафедры «Системы автоматического управления», доктор технических наук  
*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал*  
ул. Университетский Городок, 1, г. Калуга, 248002, Российская Федерация [theroland@yandex.ru](mailto:theroland@yandex.ru)

**Сидоров Максим Владимирович**, доцент кафедры «Колесные машины и прикладная механика», кандидат технических наук  
*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал*  
*ул. Университетский Городок, 1, г. Калуга, 248002, Российская Федерация* *sidorov-kaluga@yandex.ru*

#### DATA ABOUT THE AUTHORS

**Yuri P. Kornushin**, Professor of the Department “Automatic Control Systems”, Doctor of Technical Sciences  
*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch*  
*1, Universitetskiy Gorodok Str., Kaluga, 248002, Russian Federation*  
*theroland@yandex.ru*  
*SPIN-code: 4391-3096*

**Maksim V. Sidorov**, Associate Professor of the Department “Wheeled vehicles and Applied Mechanics”, Candidate of Technical Sciences  
*Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch*  
*1, Universitetskiy Gorodok Str., Kaluga, 248002, Russian Federation*  
*sidorov-kaluga@yandex.ru*  
*SPIN-code: 6131-3669*  
*ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6686-2282>*  
*Scopus Author ID: 57211752346*

Поступила 10.10.2025

После рецензирования 02.11.2025

Принята 20.11.2025

Received 10.10.2025

Revised 02.11.2025

Accepted 20.11.2025